

Le chaos et l'Occident

par François Lurçat*

Qu'est-ce que le chaos ?

Le chaos, c'était pour les Grecs l'abîme, "*un espace d'errance indéfinie, de chute ininterrompue*"¹. Le chaos, dans son sens familier aujourd'hui, c'est le désordre et la violence, mais aussi l'inintelligibilité, l'impossibilité de trouver dans un phénomène ou dans une situation des indices qui permettraient de s'orienter et de comprendre. Enfin dans le sens scientifique que le mot a pris depuis un quart de siècle, il s'agit de l'instabilité et de ses conséquences. Les recherches sur ce thème furent longtemps confidentielles, ignorées ou méconnues sauf des spécialistes qui les poursuivaient chacun dans son domaine.

Depuis quelques décennies, il s'est produit un de ces phénomènes de foule dont notre époque n'est pas avare : le chaos est devenu à la mode en tant que mot de passe, thème unificateur de domaines scientifiques très divers. Dans une large mesure, il s'agit d'une mode légitime : elle a donné lieu à nombre de travaux scientifiques, souvent pertinents ou même de grande valeur.

Mais aussi, le mot "chaos" a donné lieu à des spéculations plus ou moins sérieuses, parfois échevelées, dont il me faudra parler car elles constituent l'essentiel de la réception que les sociétés occidentales ont réservée à la galaxie de découvertes désignées par le terme global de chaos. Dans le temps qui m'est imparti, je m'efforcerai donc de répondre aux questions suivantes : quelle est l'origine historique du chaos ? Quel est son contenu rationnel ? Comment comprendre, enfin, la manière dont il a été interprété ?

Newton et ses successeurs

Mon exposé suivra en gros l'ordre chronologique. La clé d'une compréhension du chaos, tant du point de vue physique et mathématique que du point de vue de l'histoire des idées, se trouve d'abord chez Newton. Étudiant les mouvements des planètes et de la Lune, Newton commence par renoncer à ce qu'avaient cherché ses prédécesseurs jusqu'à Kepler inclusivement : une explication totale de la forme et des mouvements du système solaire. Newton n'explique ni le nombre des planètes connues à son époque, ni les valeurs de leurs distances respectives au Soleil. Quel est alors le cœur, le noyau essentiel de ses découvertes ? La position d'une planète donnée à un instant donné, ainsi que sa vitesse à cet instant, sont appelées les conditions initiales ; la dynamique fondée par Newton ne les explique ni ne les prédit, elle les considère comme des données pures et simples. En revanche, elle permet de répondre à la question : étant données les conditions initiales à un certain instant, quel sera le

* L.P.T., B. 211, Université Paris XI, 91405 Orsay Cedex.

¹ J.-P. Vernant, article "Cosmogoniques (mythes)", dans le *Dictionnaire des mythologies*, dir. Y. Bonnefoy, Paris (Flammarion).

mouvement ultérieur ? Le moyen de cette réponse s'appelle la loi du mouvement ; sa forme mathématique est le calcul différentiel, créé par Newton précisément pour résoudre ce problème, et aussi par Leibniz dans un contexte différent.

La dynamique newtonienne va donner du grain à moudre aux mathématiciens et aux astronomes pendant des siècles ; dès qu'on envisage le système solaire dans sa complexité, en effet (dès qu'on tient compte, tout d'abord, du fait qu'il y a plusieurs planètes), on se trouve confronté à des problèmes mathématiques très difficiles.

Pendant toute la période classique de la mécanique céleste, c'est-à-dire en gros jusqu'au début du XX^e siècle, ces problèmes se traitent essentiellement par le calcul. Lagrange, Laplace, Le Verrier et d'autres noircissent des pages et des pages de calculs minutieux ; ils parviennent à rendre compte de particularités de plus en plus fines du mouvement des planètes et de la Lune. Le progrès scientifique dans ce domaine, comme dans les autres domaines des sciences physiques aux XVIII^e et XIX^e siècles, a toutes les apparences d'une marche triomphale.

L'influence de Newton

Les contemporains et les successeurs de Newton ont pour lui une admiration éperdue, qui confine souvent à l'idolâtrie. Son œuvre exerce une influence déterminante sur les sciences physiques et mathématiques, mais aussi sur la pensée philosophique et politique. Je ne prendrai qu'un seul exemple. Un ouvrage récemment paru en France² nous permet de faire connaissance avec Jean-Théophile Desaguliers (1683-1744), physicien, philosophe et juriste. Né huguenot à La Rochelle, chassé de France avec son père dans son jeune âge, Desaguliers fait ses études à Oxford, puis entre dans les ordres de l'Église anglicane. Il complète ses études par une formation juridique et devient en 1718 docteur en droit de l'université d'Oxford. Dans le prolongement de la pensée philosophique du XVII^e siècle anglais, il se passionne pour l'œuvre de Newton dont il devient le disciple. Il publie en 1727 un poème allégorique en anglais intitulé *Le Système newtonien du monde : meilleur modèle de gouvernement*, dans lequel il expose l'essentiel de sa pensée politique. Il s'agit pour Desaguliers, qui est un membre éminent de la franc-maçonnerie, de trouver dans le « système du monde » newtonien la justification du concept de liberté politique.

Dans le système solaire newtonien, qui pour la pensée de l'époque constitue la totalité du monde matériel, le Créateur n'intervient pas : ses mouvements se déroulent harmonieusement, en toute autonomie par rapport à Dieu. Notre juriste s'attaque à la position de la théologie anglicane selon laquelle le corps politique du Roi et ses attributs juridiques prennent leur source dans le droit divin. Le système solaire peut fonctionner tout seul, sans nécessiter d'intervention divine. Si les planètes poursuivent, toutes seules, leurs mouvements harmonieux en suivant les lois découvertes par le grand physicien,

² Pierre Boutin, *Jean-Théophile Desaguliers*, traduction et commentaire de *The Newtonian System of the World. The Best Model of Government*, Paris (Honoré Champion), 1999.

pourquoi ne pas découvrir des lois (au sens politique et juridique de ce terme) qui permettraient au gouvernement de fonctionner lui aussi par lui-même, sans être subordonné au pouvoir religieux ?³

Laplace et le déterminisme

Un siècle plus tard la fascination exercée par l'extraordinaire exploit scientifique de Newton ne se dément pas. Le comte de Saint-Simon (1760-1825), penseur utopiste, annonce une nouvelle religion : la religion de Newton⁴, dont il prévoit les rites dans les moindres détails. Si cette initiative semble bien oubliée aujourd'hui, il n'en va pas de même pour la pensée de Pierre Simon de Laplace (1749-1827) qui a formulé avec une force remarquable l'idéal d'un déterminisme total. Dans son *Essai philosophique sur les probabilités* (1795), il se livre à une extrapolation audacieuse des résultats de Newton, ou plutôt d'un aspect bien particulier de ces résultats : ce qu'on peut appeler le déterminisme mathématique, c'est-à-dire le fait que si un système physique obéissait exactement aux lois de la dynamique newtonienne, la donnée de conditions initiales déterminerait toute la suite de son mouvement. Cette formulation prudente n'est certes pas celle de Laplace, qui pour sa part ne craignait pas d'écrire ceci :

« Nous devons donc envisager l'état présent de l'univers comme l'effet de son état antérieur, et comme la cause de ce qui va suivre. Une intelligence qui pour un instant donné connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé serait présent à ses yeux. L'esprit humain offre, dans la perfection qu'il a su donner à l'Astronomie, une faible esquisse de cette intelligence »⁵.

On ne saurait accorder trop d'importance à ce texte ; des citations répétées ne l'ont pas usé, car l'idéal qu'il exprime a survécu à toutes les objections, à toutes les réfutations rationnelles.

La doctrine classique de la science

Je ne pouvais pas faire l'économie de cette longue introduction. Pour comprendre l'importance du chaos, tant du point de vue strictement scientifique que du point de vue de l'histoire des mentalités, il fallait avoir présente à l'esprit l'idée de l'œuvre newtonienne, tant dans son contenu physique essentiel que dans ses effets sur les représentations collectives. Ces effets ont été très considérables : on peut dire que Newton est un des grands fondateurs

³ Voir la longue et savante introduction de P. Boutin au poème de Desaguliers, *op. cit.*, en particulier pp. 15, 39, 69, 125.

⁴ Voir Lucian Boia, *La mythologie scientifique du communisme*, Paris (Les Belles Lettres), 2000, pp. 27-28. Je cite Saint-Simon d'après Boia.

⁵ P.-S. Laplace, *Essai philosophique sur les probabilités* (1795; 5^e éd., 1825). Rééd. Paris (Christian Bourgois), 1986, pp. 32-33. Voir F. Lurçat, *Le chaos*, Paris (PUF, coll. « Que sais-je ? »), 1999, p. 111.

de l'Occident moderne, avec ses certitudes métaphysiques, sa confiance en sa force et en sa légitimité, sa croyance au déterminisme et en la toute-puissance de la science. Mais aussi, avec les théories politiques et juridiques des Lumières, qui jouent encore aujourd'hui, malgré tout, un rôle si important.

Du point de vue scientifique, les succès étonnants de la pensée physique issue de Newton semblaient justifier une doctrine de la science qui se résume ainsi : *nous connaissons déjà l'essentiel*. Newton avait pu expliquer les lois du mouvement des planètes découvertes par Kepler à l'aide de sa dynamique et de sa loi d'attraction universelle. Pour cela, il avait fait une approximation, c'est-à-dire une erreur délibérée : chaque planète était censée se mouvoir comme si elle était seule avec le Soleil. Autrement dit, on négligeait la force d'attraction que cette planète subit de la part des autres planètes : on ne prenait en considération que celle — beaucoup plus grande — qu'elle subit de la part du Soleil. Le travail des successeurs de Newton dans ce domaine avait consisté essentiellement à dépasser l'approximation keplérienne par des corrections de plus en plus fines. Mais tout le monde admettait implicitement que ces corrections ne pouvaient en aucun cas modifier le caractère fondamental du mouvement. Les systèmes dynamiques les plus simples, comme la planète keplérienne unique tournant autour du Soleil, étaient considérés comme typiques. Les lois de la nature étaient simples : toute complexité ne pouvait être qu'apparente et devait tôt ou tard se résoudre en simplicité. L'adage ancien *simplex sigillum veri*, le simple est le sceau du vrai, était brillamment confirmé par le newtonianisme. Le déterminisme n'était pas un simple constat empirique : il apparaissait comme la condition de possibilité de la science.

La remarque de Maxwell

L'histoire du chaos, c'est d'abord l'histoire de la remise en cause de cette conception classique de la dynamique, qui n'est certes pas réduite à néant mais dont les prétentions à l'exactitude absolue et à l'universalité sont réfutées par le développement même de la science. Et je suis obligé, après mûre réflexion, d'ajouter : l'histoire du chaos, c'est aussi l'histoire de l'incapacité de la pensée occidentale de faire face d'une manière adéquate à cette réfutation. Mais laissons les affirmations *a priori*, et revenons aux faits historiques et scientifiques. James Clerk Maxwell (1831-1879) est l'un des physiciens les plus importants du XIX^e siècle ; ce que Newton avait fait pour la dynamique, il l'a fait pour les phénomènes électromagnétiques. En 1876-1877, il rend publiques des considérations sur le déterminisme qui montrent les limites de validité de la conception laplacienne⁶. Que signifie, demande-t-il, le principe physique général selon lequel « *Les mêmes causes produisent toujours les mêmes effets* » ? En réalité, chaque événement ne peut se produire qu'une seule fois ; la « *maxime générale de la science physique* » ne peut donc vouloir dire que ceci : si les causes ne diffèrent que par le temps et le lieu, il en est de même des effets. Oui, mais une identité absolue des causes en des temps ou des lieux différents n'est pas possible : il y aura toujours un détail, si minuscule soit-il, qui ne sera pas tout à

⁶ J.C.Maxwell, *Matter and Motion*, 1876 ; rééd. Dover, 1952.

fait le même. Il faut donc dire plutôt : des causes semblables produisent des effets semblables. C'est-à-dire qu'un petit changement dans les causes ne peut produire qu'un petit changement dans les effets. Ce principe est-il toujours vrai ? Le sens commun, et aussi la sagesse des nations, répondent : non, pas toujours. Faute d'un clou, la bataille fut perdue... Pour rester dans la physique : un crayon bien taillé et parfaitement symétrique pourrait (si la réalité physique consentait à s'identifier aux concepts mathématiques) tenir en équilibre sur sa pointe, indéfiniment. Mais cet équilibre serait instable : le moindre souffle d'air ferait tomber le crayon. Il y a des exemples plus réalistes, mais ils sont moins simples. L'important est que la stabilité de l'équilibre, ou aussi bien celle du mouvement ne vont pas de soi ; elles ne sont pas toujours réalisées. Certains équilibres, certains mouvements sont stables ; d'autres équilibres, d'autres mouvements sont instables. Telle est la remarque de Maxwell.

Le refus du hasard

Cette remarque était très simple, et pourtant il fallut bien longtemps pour que son importance soit reconnue. Sans contester leur existence, les physiciens et les mathématiciens commencèrent par traiter les phénomènes d'instabilité comme des parias : il fallait, pensait-on, s'abstenir de les considérer si on ne voulait avoir affaire qu'à ce qu'on appelle des « *problèmes bien posés* ». Tel était le point de vue exprimé, par exemple, par Pierre Duhem (1861-1916), physicien, historien de la science et philosophe, ou encore par le mathématicien Jacques Hadamard (1865-1963). Dans le cas de l'instabilité, écrivait ce dernier, « *le phénomène paraît [...] régi non par des lois précises, mais par le hasard* ». Il sous-entendait qu'on sortirait par là même du domaine de la science. En effet selon un aphorisme très ancien, "*La science est ennemie du hasard*"; conception qui semble survivre à toutes les réfutations rationnelles, y compris celles que le chaos vient à son tour de lui infliger.

Poincaré

C'est surtout grâce à Henri Poincaré (1854-1912) que les phénomènes d'instabilité commencèrent à perdre leur statut d'intouchables. À la fin du XIX^e siècle, les mathématiques approfondissent la notion de fonction. Pour les classiques, une fonction était définie par une formule et pouvait donc nécessairement être calculée. Les nouvelles mathématiques voient la fonction comme une correspondance quelconque entre la valeur de la variable et celle de la fonction. Cet élargissement conceptuel considérable permet de poser bien des problèmes d'une façon nouvelle. Poincaré étudie la mécanique céleste, et plus précisément ce qu'on appelle le problème des trois corps⁷ — son grand mémoire sur ce problème date de 1890. On suppose, par exemple, que le système solaire se réduit au Soleil, à la Terre et à la Lune (ou encore au Soleil, à Jupiter et à Saturne). Poincaré ne cherche pas à calculer le mouvement du système de trois corps, pour des conditions initiales déterminées ; il n'étudie pas un mouvement particulier, mais l'ensemble des mouvements possibles. Cette position originale

⁷ Voir H. Poincaré, *L'analyse et la recherche*, Paris (Hermann), 1991.

du problème l'amène à ouvrir des voies très nouvelles en mathématiques, plus précisément en topologie. Elle révèle que le passage de deux corps à trois corps fait apparaître un paysage entièrement nouveau, dont les disciples de Newton n'avaient pas soupçonné l'existence.

Qu'est devenue l'harmonie ?

En premier lieu, les mouvements du système de trois corps n'ont pas la simplicité harmonieuse qu'on avait admirée pendant quelque deux siècles dans le cas du problème de deux corps. Pour deux corps, les trajectoires sont des sections coniques (ellipses, paraboles ou hyperboles) : il était bien séduisant de retrouver dans les mouvements observés et calculés des planètes ces courbes, étudiées d'un point de vue purement théorique par les mathématiciens d'Alexandrie (Apollonius, né vers 245, *Traité des sections coniques*). Les trajectoires du problème des trois corps, quand on en jugeait empiriquement par celles de la Lune et de la Terre, par exemple, ou quand on les calculait approximativement par les méthodes classiques, semblaient être tout juste un peu plus compliquées que celles des deux corps : des ellipses qui tournent et se déforment lentement. Poincaré découvrit que cette apparence de quasi-simplicité n'était que superficielle et n'avait rien de typique. La plupart des trajectoires, si on les suit pendant une durée assez longue, sont d'une telle complexité que je n'arrive à trouver aucune métaphore, aucune comparaison avec des formes familières qui permettrait de donner une idée de ce fouillis, de ce gribouillage échevelé. La simplicité et l'harmonie sont, dans une très large mesure, illusoires. Plus précisément, elles ne sont vraies qu'approximativement, pendant des durées suffisamment courtes. C'est ce que nous allons voir dans un instant, à propos de la stabilité qui va de pair avec la simplicité.

Mouvements stables, mouvements instables

Qu'en est-il, justement, de la stabilité ? Il existe des mouvements stables, c'est-à-dire qui obéissent à la « *maxime générale de la science physique* » de Maxwell. Deux conditions initiales proches donnent, dans ce cas, des trajectoires qui restent proches (ou pour être plus rigoureux : des mouvements qui restent proches). Mais il y a aussi des mouvements instables. Pour cette catégorie de mouvements, deux conditions initiales proches donnent des mouvements qui s'écartent de plus en plus rapidement l'un de l'autre (en termes techniques, ils s'écartent selon une loi exponentielle). On définit une durée, appelée temps de *Liapounov*, qui mesure le temps qu'il faut à deux mouvements instables initialement proches pour s'écarter notablement l'un de l'autre. Pendant une durée nettement inférieure au temps de *Liapounov*, on peut considérer que le mouvement est stable. Mais cette approximation n'est plus du tout valable pendant une durée nettement supérieure au temps de *Liapounov*. La stabilité du mouvement n'est donc pas une « maxime générale » de la physique, mais seulement une particularité de certains mouvements, ou encore une propriété approximative de chaque mouvement, vraie seulement pendant des durées suffisamment courtes. Les systèmes dynamiques calculables par des formules, comme le Soleil avec une seule planète, n'ont que des mouvements stables ; mais

contrairement à la croyance des classiques ils ne sont pas typiques. Le système dynamique typique peut avoir des mouvements stables, mais il a nécessairement des mouvements instables.

Maxwell et le déterminisme

Tout cela nous a conduits au problème du déterminisme. Dès 1876, Maxwell disait dans une conférence prononcée à son club, à Cambridge⁸ : « *Il est manifeste que l'existence de conditions instables rend impossible la prévision des événements futurs, si notre connaissance de l'état présent est seulement approximative et non exacte* ». Essayons de préciser un peu cette idée. Le mathématicien nous dit : il y a déterminisme si le mouvement futur du système est bien déterminé par les conditions initiales. À mon avis, cette condition définit ce qu'on peut appeler le *déterminisme mathématique*. Notion qui intéresse le physicien, mais ne le satisfait pas entièrement ; il demande après Maxwell : « qu'en est-il si les conditions initiales ne sont données qu'approximativement ? ». Et il ajoute : c'est toujours le cas ! Non seulement toute mesure physique est entachée d'une imprécision que les progrès techniques réduisent de plus en plus, mais n'annulent jamais. Mais encore, la définition même des grandeurs physiques comporte le plus souvent un certain flou. La distance de la Terre à la Lune, à un instant donné, n'est pas définie au femtomètre près (au diamètre près d'un noyau atomique).

Horizon de prévisibilité et déterminisme physique

Le physicien va donc dire : il y a déterminisme physique si la donnée (approchée) des conditions initiales détermine (approximativement) la suite du mouvement. Mais il faut encore préciser. Nous savons en effet que pour que deux mouvements initialement voisins s'écartent notablement, il faut une certaine durée, de l'ordre du temps de *Liapounov*. Nous dirons donc : l'instabilité ne rend pas toute prévision impossible, elle limite seulement la possibilité de prévision à une durée de l'ordre du temps de *Liapounov*. En pratique le manque de définition des grandeurs physiques et l'imprécision sur leur détermination par la mesure ou l'observation sont en général très faibles ; pour que deux mouvements initialement proches s'écartent notablement, il faudra donc une durée multiple du temps de *Liapounov* (dix ou vingt fois, peut-être). Nous l'appellerons *l'horizon de prévisibilité*. Le *déterminisme physique* est donc le fait que la donnée des conditions initiales à un instant donné détermine la suite du mouvement, mais seulement en deçà de l'horizon de prévisibilité.

⁸ Le texte de la conférence de Maxwell se trouve dans: C.E.Garnett, *The Life of James Clerk Maxwell, with a selection from his correspondence and occasional writings, and a sketch of his contributions to science*, Londres (Macmillan), 1882, p. 434-444. Cité par K.Pomian dans son article « Catastrophes et déterminisme », *Libre*, n°4, 1978, Paris (Payot), pp. 115-136.

Le système scolaire est-il stable ?

Pour donner un peu de chair à ces considérations abstraites, considérons le système solaire avec toutes ses planètes. Est-il stable ? Question classique, étudiée par les mathématiciens depuis presque trois siècles. Elle semble étrange à première vue : la régularité des mouvements des planètes n'est-elle pas, depuis l'Antiquité, un des constats empiriques et une des hypothèses théoriques sur lesquels s'est édifiée la science ? Et sans la stabilité des mouvements de la Terre et de la Lune, de quels calendriers pourrait-il être question ?

Tout cela est vrai. Il y a d'ailleurs aussi des démonstrations théoriques de la stabilité du système solaire, idéalisé en un système de points matériels qui interagissent entre eux selon la loi d'attraction newtonienne. Mais le fait empirique n'est établi avec précision que pour des durées de l'ordre du millénaire ou un peu plus ; et les démonstrations théoriques de la stabilité ne prouvent, elles aussi, la stabilité que sur une échelle de temps à peu près comparable. En revanche, la stabilité telle que la définissent les mathématiciens concerne le comportement d'un système dynamique quand le temps tend vers l'infini, ce qui est un tout autre problème, dont la solution n'est pas connue (je crois). Enfin l'usage des ordinateurs a fourni des réponses fort intéressantes pour des échelles de temps intermédiaires, si j'ose dire, entre les millénaires et l'infini : les dizaines ou centaines de millions d'années. Un calcul effectué sur ordinateur est un calcul numérique, et comme on ne retient qu'un certain nombre de décimales des nombres, on commet ce qu'on appelle des erreurs d'arrondi ; par suite l'ordinateur fournit des résultats plausibles et non des certitudes absolues. Les résultats que je vais résumer sont cependant très probables. Il est apparu que les mouvements des planètes dites intérieures (Mercure, Vénus, la Terre, Mars) sont instables, ou comme on dit chaotiques. Pour ces mouvements, le temps de *Liapounov* est de 5 millions d'années environ. Voyons ce qui en résulte pour le déterminisme. Supposons que la position de la Terre à un instant donné est connue à 15 m près (c'est une excellente précision). Alors au bout de dix millions d'années, l'incertitude sur cette position sera de 150 m ; mais après cent millions d'années, elle sera de 150 millions de kilomètres, soit la distance moyenne entre la Terre et le Soleil ; c'est-à-dire que la condition initiale ne détermine plus du tout la position de la Terre. Le système solaire, à l'échelle des siècles ou des millénaires, est donc bien une horloge comme l'avaient cru les grands ancêtres. Mais le système solaire, à l'échelle des centaines de millions d'années, est gouverné par le hasard.

Trajectoires régulières, trajectoires stochastiques

Le chaos n'est pas une manière de penser limitée à la mécanique céleste. L'explosion des recherches et des publications définies par ce mot clé ne résulte pas seulement d'un phénomène d'imitation, mais aussi de la levée d'un interdit implicite. En 1927 un pionnier dans l'étude des oscillations électriques, Balthasar van der Pol, avait observé des phénomènes que nous considérons aujourd'hui comme manifestation chaotiques. Dans sa publication, il mentionne l'existence d'un « *bruit irrégulier* », mais il ajoute : « *Cependant, il*

s'agit là d'un phénomène marginal » Que veut dire « marginal » ? Simplement ceci : van der Pol respectait sans le savoir une règle non écrite qui excluait du champ de la physique les phénomènes « sales », trop irréguliers. Quand Lorenz et quelques autres eurent montré que cette règle n'avait aucun fondement rationnel, et surtout qu'à la transgresser on pouvait découvrir des champs entiers de phénomènes nouveaux du plus grand intérêt, on assista à une sorte de ruée vers l'or... Il apparut que les phénomènes d'instabilité, désormais appelés chaotiques, se rencontrent dans les domaines les plus variés de la physique et de la chimie, mais aussi par exemple dans certains aspects de l'écologie, dans les oscillations biologiques comme les battements du cœur, etc.

Petites causes, grands effets : nous avons parlé de cela à propos du crayon posé sur sa pointe, mais aussi de la mécanique céleste. Deux conditions initiales très voisines déterminent des évolutions qui finissent par s'écarter de plus en plus ; on appelle cela la « *sensibilité aux conditions initiales* ». On la rencontre dans des systèmes physiques très divers. Un mouvement sensible aux conditions initiales possède en général une autre propriété, philosophiquement très intéressante : bien qu'il soit parfaitement déterminé si ses conditions initiales sont exactement fixées, il imite le hasard à la perfection ! Empruntons encore une fois un exemple à la mécanique céleste : un petit caillou évolue entre la Terre et la Lune. À certains moments, il tourne autour de la Lune, à d'autres il tourne autour de la Terre. Observons-le périodiquement, l'intervalle entre les observations n'étant ni trop petit ni trop grand ; et notons, à chaque observation, s'il est plus voisin de la Terre ou de la Lune. Sur notre cahier d'observations, nous écrivons chaque fois « Terre » ou « Lune », selon le cas. Il s'avère alors que la suite de « Lune » et de « Terre » écrites sur le cahier ressemble à s'y méprendre à la suite de « Pile » et « Face » que je peux obtenir en lançant une pièce de monnaie ! La trajectoire de notre petit caillou résulte d'un processus déterministe, elle obéit aux équations de la dynamique newtonienne. Néanmoins elle obéit aussi, d'une autre manière, à des lois de hasard. On dit que c'est une *trajectoire stochastique* (mot synonyme d'aléatoire et qui, signifie : lié au hasard). On parle aussi de *chaos déterministe*, terme qui me paraît exprimer plutôt une nostalgie qu'une idée bien fondée. Car le déterminisme dont il s'agit ici (quand on parle de « chaos déterministe ») n'est qu'un déterminisme mathématique ; physiquement, nous avons vu que dès qu'il y a sensibilité aux conditions initiales il n'y a plus de déterminisme exact et inconditionnel, mais un déterminisme limité par un horizon de prévisibilité.

Poincaré et le chaos

Un article⁹ intitulé *Le hasard*, publié par Poincaré en 1907, a de quoi nous rendre modestes. Je ne ferai pas de citations, mais je traduirai fidèlement ce qu'écrivait Poincaré dans le langage actuel, marqué par les recherches sur le chaos. Poincaré commence par critiquer la célèbre définition du hasard comme « *mesure de notre ignorance* ». La preuve qu'il existe des phénomènes réellement fortuits, explique-t-il, c'est que le calcul des probabilités permet de comprendre,

⁹ H. Poincaré, "Le hasard", *Revue du mois*, vol. 3, pp. 257-276 (1907). Reproduit dans : H. Poincaré, *L'analyse et la recherche*, Paris (Hermann), 1991.

par exemple, les lois qui décrivent le comportement des gaz. Supposons qu'un jour, nous devenions capables de prévoir les mouvements de toutes les molécules qui composent le gaz contenu dans cette pièce ; cela ne rendra pas fausses pour autant les lois que nous avons déduites du calcul des probabilités appliqué à ces molécules, déduites par conséquent de l'hypothèse que les mouvements des molécules en question sont stochastiques. Poincaré ne serait donc pas surpris s'il revenait parmi nous, et que nous lui parlions de nos découvertes sur les trajectoires stochastiques des systèmes déterministes. Il explique d'ailleurs dans la suite de son article que le caractère stochastique d'une trajectoire tient à sa sensibilité aux conditions initiales. Les spécialistes du chaos sont ainsi, dans une large mesure, des disciples posthumes de Poincaré, souvent d'ailleurs sans le savoir.

Une erreur reconnue

Ainsi Laplace est un grand mathématicien, un grand physicien, mais son roman métaphysique n'a pas résisté à l'usure des siècles. Le déterminisme n'est pas un principe *a priori*, condition *sine qua non* de toute science ; en physique, il apparaît désormais comme une propriété précisément définie de certains systèmes ou de certains mouvements. La notion d'horizon de prévisibilité, qu'on peut faire remonter à Liapounov (1857-1918) (*Théorie générale de la stabilité du mouvement, 1892*), mais que seule la mode du chaos a fait largement connaître — cette notion est un des principaux apports du chaos à la science et à la philosophie des sciences.

C'est à mon avis Sir James Lighthill qui a le plus clairement souligné ce point. Lighthill, récemment disparu, était un spécialiste éminent de la mécanique des fluides, et aussi un esprit libre et original. En 1986, devant une réunion commune de la *Royal Society* et de la *British Academy*, Lighthill présentait un exposé¹⁰ intitulé « *L'échec récemment reconnu de la prévisibilité en dynamique newtonienne* ». Laplace, expliquait-il, a beaucoup contribué à répandre dans la conscience générale une croyance à la prévisibilité totale des systèmes qui obéissent aux lois de Newton — et donc au déterminisme de l'univers mécanique. Il ouvrait alors une parenthèse, en précisant qu'il allait parler en tant que président de l'Union internationale de mécanique théorique et appliquée. Nous, spécialistes de la mécanique, disait-il, sommes tous profondément conscients aujourd'hui du fait que l'enthousiasme de nos prédécesseurs pour les merveilleux succès de la mécanique newtonienne les a conduits, dans le domaine de la prévisibilité, à des généralisations que nous avons eu tendance à tenir pour vraies avant 1960, mais dont nous reconnaissons aujourd'hui qu'elles étaient fausses. Et il ajoutait ceci : nous souhaitons nous excuser collectivement d'avoir induit en erreur le public instruit en répandant, sur le déterminisme des systèmes qui suivent les lois de mouvement newtoniennes, des idées qui devaient, après 1960, être réfutées.

¹⁰ J. Lighthill, *Proceedings of the Royal Society*, vol. 407 A, p. 35 (1986).

L'effet papillon

Cette prise de position si honnête de Lighthill n'a guère été remarquée. En revanche une plaisanterie du météorologiste Edward Lorenz a connu un immense retentissement. Lorenz a été le premier à attirer à nouveau l'attention sur les phénomènes d'instabilité, aperçus par Maxwell et étudiés par Poincaré dans le cas de la mécanique céleste. Son article, publié en 1963 dans une revue de météorologie¹¹, passa totalement inaperçu pendant quelque dix ans. Mais en 1972 il présenta une brève communication¹² à une session de l'Association Américaine pour l'Avancement de la Science, consacrée au "Programme de recherche global sur l'atmosphère" (*Global Atmospheric Research Program*). Le titre de cet exposé était délibérément provocateur : "Prédictibilité : le battement des ailes d'un papillon au Brésil déclenche-t-il une tornade au Texas ?" (*Predictability : Does the flap of a butterfly's wings in Brazil set off a tornado in Texas ?*). Dans les premières phrases du texte, Lorenz prenait ses distances avec le titre et finissait par le traduire en langage scientifique : *1e comportement de l'atmosphère est-il instable par rapport aux perturbations de faible amplitude ?* Mais rien n'y fit : le titre fut pris à la lettre par les médias, et connut une fortune extraordinaire.

Il y a là un fait qui mérite réflexion. Il serait trop simple de se borner à le commenter par des considérations sur la bêtise humaine en général, ou sur celle des médias en particulier. Il ne suffit pas de faire n'importe quelle mauvaise plaisanterie pour que les journaux s'en emparent. Le succès inouï de « l'effet papillon » a une signification historique, telle est l'hypothèse que je voudrais vous soumettre, trop brièvement d'ailleurs.

Le papillon et le hasard

En premier lieu, le retentissement du titre de Lorenz (et non du contenu rationnel de ses recherches !), joint au silence qui G répondit aux fortes paroles de Sir James Lighthill, indique à mon avis que la pensée occidentale n'a pas été capable, jusqu'à présent du moins, de comprendre les découvertes de la physique et des mathématiques concernant l'instabilité et les limites du déterminisme. Elle les a désignées d'un nom — le chaos — qui n'a pas de pertinence, mais qui traduit son désarroi. Mais il y a plus : la rumeur publique s'est emparée de ces découvertes pour remettre en cause les fondements mêmes de la pensée scientifique. Car enfin, si on prend au sérieux cette histoire du papillon qui bat des ailes au Brésil et produit par là une tornade au Texas, que peut-elle bien signifier ? Elle signifie qu'il n'y pas de hasard. Tout est lié avec tout ; malgré les apparences, il n'y a pas d'événements vraiment indépendants. Ici un rapprochement s'impose, je crois, avec des croyances très anciennes. La position des astres au moment d'une naissance, croit-on souvent, va déterminer les traits

¹¹ E. Lorenz, "Deterministic nonperiodic flow", *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 20, p. 130 (1963). Reproduit dans Hao Bai-Lin, *Chaos II*, Singapour (World Scientific), 1990. Voir le chapitre 7 de Ian Stewart, *Dieu joue-t-il aux dés ?*, Paris (Flammarion, coll. « Champs »), 1994.

¹² Le texte de cet exposé ne fut pas publié au moment de sa présentation. Lorenz l'a donné en appendice de son livre *The Essence of chaos*, Seattle (University of Washington Press), 1993.

essentiels du caractère et de la destinée du nouveau-né. Le regard jeté par un passant sur un bambin va lui porter malheur, car ce passant a le mauvais œil. Analysant les catégories fondamentales de l'entendement dans les sociétés traditionnelles, l'ethnologue Jean Poirier¹³ accordait une importance centrale à un *principe de causalité universelle*, qui ne reconnaît pas la contingence. Et il soulignait que c'est à partir de la reconnaissance de la notion de hasard, dans la Grèce du VII^e siècle, que la pensée scientifique put se développer. Cette idée permet, selon lui, de répondre à la fameuse question : pourquoi la science s'est-elle développée en Occident et pas en Inde ou en Chine ? Le système de valeurs qui prévalait dans les cultures de ces deux grands pays, pense-t-il, n'admettait pas le hasard comme concept opératoire, et par suite les initiatives scientifiques qui se sont fait jour, malgré leur intérêt, n'ont pas trouvé un terrain favorable.

Quoi qu'il en soit de cette parenthèse, nous devons reconnaître à mon avis que le succès démesuré de l'« effet papillon » en Occident est un aspect des fortes tendances régressives qui se manifestent aujourd'hui. Il semblerait que la déception causée par le dépassement du newtonianisme conduise à des réactions irrationnelles. Réactions que rendent possibles les difficultés de la pensée occidentale actuelle : nous n'avons pas réussi à comprendre vraiment les grandes révolutions de la physique au XX^e siècle, nous ne les avons pas intégrées dans une façon nouvelle de comprendre le monde.

Le mot "chaos"

Le mot "chaos" lui-même peut être rattaché à ces réactions d'orgueil déçu. Il apparaît en 1975, dans le titre d'un article¹⁴ des mathématiciens Li et Yorke. Ici encore ce qui est significatif est la fortune du terme : il a été très vite repris dans d'autres publications scientifiques et par la vulgarisation. Or il s'agit d'une dénomination grossièrement impropre. Je le disais dès le début: le mot « chaos » exprime la terreur devant l'abîme, devant ce qui est obscur et incompréhensible. C'est donc tout le contraire des travaux scientifiques que l'on regroupe sous le nom désormais consacré de chaos ! Ces travaux, en effet, font entrer dans le domaine de l'intelligible et du rationnel des phénomènes (physiques, mathématiques et autres) qui en étaient naguère exclus. Ils affinent notre conception du déterminisme en introduisant la notion d'horizon de prévisibilité. Ils redressent notre vision du hasard qui doit apparaître désormais, non comme un scandale auquel la science doit mettre fin, mais comme l'autre versant du déterminisme. Ils nous incitent au réexamen critique de l'héritage newtonien, qui n'est certes pas renié par un de ces changements de paradigme chers aux disciples de Kuhn, mais peut être libéré des erreurs métaphysiques qui en ont déformé et obscurci le sens.

Vouloir cantonner le chaos dans les domaines clos de plusieurs spécialités scientifiques serait donc une grave erreur. Je n'adresse pas ici le moindre clin d'œil complice aux chantres de l'inter - ou de la transdisciplinarité, qui mettent à

¹³ J. Poirier, "Les catégories de la pensée sauvage", *Bulletin de la Société française de Philosophie*, tome LXXVII, no3, p. 81 (1983).

¹⁴ T. Y. Li, J. A. Yorke, "Period Three implies chaos", *American Mathematical Monthly*, vol. 82, p. 985 (1975).

profit le déficit d'explications claires sur le chaos pour nous entraîner vers leur nuit où tous les chats sont gris. Il s'agit pour moi de tout autre chose : ne pas se contenter de comprendre le contenu scientifique du chaos, mais tenter aussi de comprendre la signification historico-philosophique de son histoire. Pourquoi a-t-il fallu plus d'un demi-siècle pour que soit reconnue la portée scientifique très générale des travaux de Poincaré sur la mécanique céleste ? Pourquoi tout le monde connaît-il l'effet papillon, et personne le discours de Lighthill ? Pourquoi dit-on toujours « chaos », et jamais « horizon de prévisibilité » Ou « sensibilité aux conditions initiales » ?

Physique et mathématiques

Une autre raison peut contribuer à expliquer pourquoi il est si difficile de comprendre vraiment le chaos¹⁵. La physique moderne s'est édifiée, à partir de Galilée, sur l'idée de l'identité de la physique et des mathématiques. Pour Galilée, le livre de l'univers est écrit en caractères géométriques. Laplace ne fait aucune différence entre l'univers et les équations de la dynamique newtonienne. Aujourd'hui cette identification naïve a pu changer de formulation, mais elle reste une idée très vivante chez les physiciens. Or les réflexions de Maxwell et Poincaré sur le déterminisme et le hasard vont dans la direction opposée : ils ont, l'un et l'autre, insisté sur la différence entre le déterminisme mathématique et le déterminisme physique. S'ils ont été longtemps si peu écoutés quand ils posaient la question de la stabilité, ce n'est pas qu'on croyait qu'ils avaient tort : aucun physicien ne pouvait considérer leurs remarques autrement que comme des vérités de bon sens. Le problème était ailleurs : il était difficile d'admettre que la connaissance imparfaite ou la définition floue des conditions initiales puissent jouer un rôle dans la dynamique elle-même. Ces imprécisions n'étaient pas niées, mais on leur refusait implicitement toute dignité théorique.

En somme, il y avait — et dans une large mesure, il y a encore dans la conception implicite du physicien — deux mondes. D'une part les processus physiques, objets de la théorie physique, identifiés à leur description mathématique et possédant comme elle la vertu d'exactitude. (Ne dit-on pas que la physique est une « science exacte » ?) D'autre part, les phénomènes, c'est-à-dire la manifestation des processus physiques dans l'expérience ou l'observation. Manifestation entachée d'imprécisions, classiquement désignées par le terme « erreurs de mesure » qui laisse entendre qu'elles peuvent être liées de quelque manière à la faiblesse humaine. Le rôle de la théorie était de découvrir des descriptions mathématiques des processus physiques, que l'expérience ou l'observation se chargeaient de mettre à l'épreuve avec l'imperfection qui leur est propre. Cette imperfection apparaissait ainsi comme contingente et regard de la théorie, qui était dispensée de la faire entrer dans son monde d'exactitude. Le dualisme de la physique de l'Antiquité resurgissait ainsi comme contraste entre l'exactitude du monde physique identifié à sa description mathématique et l'inexactitude des expériences et des observations.

¹⁵ Je suis ici mon livre *Le chaos*, déjà cité, pp. 119 et suivantes.

Le chaos marque donc la redécouverte de la différence entre mathématiques et physique, et de l'importance que peut avoir pour les sciences physiques elles-mêmes une conscience plus vigilante de cette différence. Mais il est aussi une illustration nouvelle de leur unité. On connaît les exemples classiques de développements mathématiques qui apparaissaient purement gratuits et abstraits, jusqu'au jour où ils ont trouvé des applications astronomiques ou physiques qui les faisaient apparaître comme taillés sur mesure : les sections coniques et les trajectoires des planètes; l'algèbre non commutative et la mécanique quantique... Il faut maintenant ajouter à ces exemples le changement de point de vue opéré par les mathématiques au cours du XIXe siècle. Ce changement peut être caractérisé comme un virage vers l'abstraction. La topologie définit ses notions de base. Les fonctions simples, exprimables par des formules à l'aide de fonctions élémentaires, perdent leur privilège ; la notion de fonction devient beaucoup plus générale et plus abstraite grâce à des disciplines nouvelles comme la théorie des ensembles et la théorie de la mesure. Or ces changements étaient, encore une fois, prédestinés pour servir à la physique du XXe siècle, et tout particulièrement au chaos. La dynamique moderne est étroitement liée à la topologie, et elle nous fait rencontrer des objets appelés attracteurs étranges dans lesquels se cachent des ensembles de Cantor.

Il serait injuste enfin de ne pas donner ici un coup de chapeau aux ordinateurs, qui permettent une résolution numérique (nécessairement approchée) des équations et surtout de visualiser leurs solutions. Une grande partie des travaux récents sur le chaos n'aurait pas été possible sans les ordinateurs. Il n'en reste pas moins que les travaux fondateurs de Poincaré ont été compris avec un retard qui mérite réflexion, et qui justifie la déclaration de Lighthill. Le chaos n'est pas venu à son heure, mais après son heure.

Un rêve déçu

Nous avons vu que le newtonianisme a été pour la pensée occidentale moderne un terrain solide dans lequel elle a planté ses fondations. La pensée occidentale possède une étonnante puissance analytique, mais aussi depuis les origines une tendance permanente à la généralisation et même à l'universalisation (qu'on trouve déjà chez les Présocratiques d'une part, dans la pensée chrétienne d'autre part). Aujourd'hui comme au temps de Laplace, le déterminisme de la mécanique newtonienne est un fait mathématique et physique avéré ; mais il n'est établi que régionalement, c'est-à-dire pour des durées limitées et non jusqu'à l'infini temporel. La démarche d'extrapolation jusqu'à l'infini est si naturelle pour la pensée occidentale que le coup de force laplacien ne suscita pratiquement aucune opposition : les discrètes objections de Maxwell passèrent inaperçues. L'esprit omniscient dont parle Laplace, ce n'est pas Dieu ; l'illustre mathématicien et physicien avait à juste titre répondu à Napoléon qu'il n'avait pas besoin de cette hypothèse (pour faire sa science). Mais si ce n'est pas Dieu, qui est-ce donc ? Laplace le laisse entendre, malgré de prudentes restrictions : c'est l'esprit humain, éclairé par la science du XIXe siècle. Depuis Bacon et Descartes, l'entreprise scientifique est liée à une volonté, à un rêve de domination dont aujourd'hui encore elle ne sait pas se démarquer.

On peut donc bien comprendre que la découverte des limites du déterminisme n'ait pas suscité beaucoup d'enthousiasme, et que le nom péjoratif qui lui a été attribué (« chaos ») ait été adopté à l'unanimité.

Ce rêve de domination a désormais perdu toute légitimité et ne survit qu'en vertu de notre inertie mentale. Une époque de l'histoire s'achève, et nous peinons à deviner ce qui pourra lui succéder. Ne faudrait-il pas déjà tirer vraiment les leçons du passé et reconnaître où nous en sommes ? Pour rester dans le cadre fixé par ce groupe de travail, je dirai qu'un problème nous est posé : comprendre les acquis de la science du XXe siècle. Par comprendre j'entends ici : ne pas se borner à suivre les raisonnements de la physique pas à pas, mais pouvoir situer ses acquis dans une interprétation du monde. De ce point de vue, il faut reconnaître à mon avis que nous n'avons *pas compris* (Non pas : nous, les spécialistes, mais: nous, le public instruit). Le chaos, mais aussi la relativité et la mécanique quantique, par exemple, demeurent pour l'essentiel opaques. Il faut, je crois, reconnaître avec Emmanuel Levinas que nous assistons à *la fin d'une certaine intelligibilité*¹⁶. Saurons-nous le reconnaître ? Saurons-nous discerner les traits d'une autre intelligibilité, plus large, moins mesquine ? C'est là une tout autre question.

¹⁶ E. Levinas, *Noms propres*, Montpellier (Fata Morgana), 1976, p.11.